EJERCICIOS MATRICES Y DETERMINANTES SELECTIVIDAD

Septiembre 2016

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

a) (1 punto) Determine, si es posible, los parámetros α y β de modo que se verifique la igualdad:

$$\alpha \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}.$$

b) (1 punto) Determine los posibles valores de λ para que el rango de la matriz A sea 2, donde

$$A = \lambda \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.
Cierta fundación ha destinado 247 000 euros para la dotación de 115 becas de estudios. El importe de cada beca es de 3000 euros, si el estudiante cursa un grado universitario; de 2000 euros, si cursa formación profesional y de 1500 euros, si realiza estudios de postgrado. Sabiendo que la fundación ha concedido doble número de becas de formación profesional que de postgrado, ¿cuántas becas ha concedido a cada nivel de estudios?

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} 2x & + & (a-1)y & - & 2z & = & a \\ 2x & + & y & - & az & = & 2 \\ -x & + & y & + & z & = & 1-a, \end{array} \right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro a.
b) (1 punto) Resolverlo cuando sea posible.

Junio 2016

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} 3x & + & y & + & mz & = & 1 \\ x & - & y & + & 2z & = & -2 \\ 5x & + & (m+1)y & + & 2z & = & 4, \end{array} \right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro m.
b) (0.5 puntos) Resolverlo en el caso $m = 0$.
c) (0.5 puntos) Resolverlo en el caso $m = 2$.

Septiembre 2015

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} -mx & + & my & + & z & = & 0, \\ x & - & my & + & 3z & = & 4, \\ 2x & - & 2y & - & z & = & 0, \end{array} \right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro m.
b) ($0'5$ puntos) Resolverlo en el caso $m = 0$.
c) ($0'5$ puntos) Resolverlo en el caso $m = 2$.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, hallar todas las matrices $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ que conmutan con A, es decir que cumplen $AB = BA$.

Junio 2015

Hechos en clase

Septiembre 2014

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ 1 & a & 1 \\ a-1 & a & 2 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1 punto) Determinar el valor o valores de a para los cuales no existe la matriz inversa A^{-1}.

b) (1 punto) Para $a = -2$, hallar la matriz inversa A^{-1}.

c) (1 punto) Para $a = 1$, calcular todas las soluciones del sistema lineal $AX = O$.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.

Estudiar el rango de la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 & 5 \\ 2 & 2 & -1 & a \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & -4 & a \end{pmatrix}$$

según los valores del parámetro a.

Junio 2014

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & a \\ -3 & 2 & a \\ 0 & a & -1 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1 punto) Hallar el valor o valores de a para que la matriz A tenga inversa.

b) (1 punto) Calcular la matriz inversa A^{-1} de A, en el caso $a = 2$.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.

Por la compra de cinco cuadernos, dos rotuladores y tres bolígrafos se han pagado veintidós euros. Si se compran dos cuadernos, un rotulador y seis bolígrafos, el coste es de catorce euros. Se pide:

a) (1 punto) Expresar, en función del precio de un bolígrafo, lo que costaría un cuaderno y lo que costaría un rotulador.

b) (1 punto) Calcular lo que deberíamos pagar si adquirimos ocho cuadernos y tres rotuladores.

Septiembre 2013

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.
Dadas la matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a & a \\ a & 1 & 1 & a \\ a & a & 1 & 1 \\ a & a & a & 1 \end{pmatrix}, \qquad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}, \qquad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1,5 puntos) Calcular el determinante de A. Determinar el rango de A según los valores de a.
b) (0,5 puntos) Resolver el sistema homogéneo $AX = O$ en el caso $a = 1$.
c) (1 punto) Resolver el sistema homogénco $AX = O$ cuando $a = -1$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x + \lambda y + \lambda z = 1-\lambda, \\ x + y + (\lambda-1)z = -2\lambda, \\ (\lambda-1)x + y + z = \lambda-1, \end{cases}$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro λ.

b) (0,5 puntos) Resolverlo en el caso $\lambda = 1$.

c) (0,5 puntos) Resolverlo en el caso $\lambda = -1$.

Junio 2013

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.
Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1 punto) Hallar el valor de λ para el cual la ecuación matricial $XA = B$ tiene solución única.
b) (1 punto) Calcular la matriz X para $\lambda = 4$.
c) (1 punto) Calcular el determinante de la matriz A^2B en función de λ.

Septiembre 2012

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} 3x + ay + 4z = 6, \\ x + (a+1)y + z = 3, \\ (a-1)x - ay - 3z = -3, \end{cases}$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutir el sistema según los valores de a.
b) (1 punto) Resolverlo para $a = -1$.

Junio 2012

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} k & k & k^2 \\ 1 & -1 & k \\ 2k & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1,5 puntos) Hallar el rango de A en función de los valores de k.

b) (0,75 puntos) Para $k = 2$, hallar, si existe, la solución del sistema $AX = B$.

c) (0,75 puntos) Para $k = 1$, hallar, si existe, la solución del sistema $AX = C$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & -2 \\ -2 & -3 & -7 & -8 \\ 3 & 2-a & 3+a & 3 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1 punto) Estudiar el rango de la matriz B en función de a.

b) (1 punto) Para $a = 0$, calcular la matriz X que verifica $AX = B$.

Septiembre 2011

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Calcular el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & a \\ 2 & 0 & -a \\ a+2 & 0 & a \end{pmatrix}$$

según los valores del parámetro a.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la matriz

$$M = \begin{pmatrix} \operatorname{sen} x & \cos x & 0 \\ \cos x & -\operatorname{sen} x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

se pide:

a) (0,5 puntos) Calcular el determinante de la matriz M.

b) (1 punto) Hallar la matriz M^2.

c) (0,5 puntos) Hallar la matriz M^{25}.

Junio 2011

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2a & -2 & a^2 \\ -1 & a & -1 \\ 2 & 1 & a \end{pmatrix},$$

a) (1 punto) Calcular el rango de A en función de los valores de a.

b) (1 punto) En el caso $a = 2$, discutir el sistema $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix}$ en función de los valores de b, y resolverlo cuando sea posible.

c) (1 punto) En el caso $a = 1$, resolver el sistema $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

a) (2 puntos) Discutir el sistema de ecuaciones $AX = B$, donde

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & m-1 \\ 0 & m-1 & 1 \\ m-2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} m \\ m \\ m+2 \end{pmatrix},$$

según los valores de m.

b) (1 punto) Resolver el sistema en los casos $m = 0$ y $m = 1$.

Septiembre 2010

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el sistema:

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & - & z & = & 0, \\ 2x & - & y & + & z & = & 3, \end{array} \right.$$

se pide:

a) (1 punto) Estudiar la compatibilidad del sistema.
b) (0,5 puntos) Añadir una ecuación para que el sistema sea compatible determinado. Razonar la respuesta.
c) (0,5 puntos) Añadir una ecuación para que el sistema sea incompatible. Razonar la respuesta.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -a & 0 & a \\ a & a-1 & 0 \\ 0 & a & a+2 \end{pmatrix}$$

se pide:

a) (1 punto) Estudiar el rango de A según los valores del parámetro a.
b) (1 punto) ¿Para qué valores de a existe la matriz inversa A^{-1}? Calcular A^{-1} para $a = 1$.

Junio 2010

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1 punto) Hallar dos constantes a, b, tales que $A^2 = aA + bI$.
b) (1 punto) Sin calcular explícitamente A^3 y A^4, y utilizando sólo la expresión anterior, obtener la matriz A^5.
