

EJERCICIOS DE LÍMITES, CONTINUIDAD Y ASÍNTOTAS

1. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } -6 \leq x < -2 \\ 1 & \text{si } -2 < x \leq 1 \\ 2x+1 & \text{si } 1 < x < 3 \\ -2x+13 & \text{si } 3 \leq x < 5 \\ 3 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \\ x^2 + x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+2} & \text{si } x < 0 \\ \frac{3}{x+3} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 3x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1 \\ \frac{3x-1}{2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{f) } f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ 1-x^2 & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$$

2. Hallar el valor del parámetro para que las siguientes funciones sean continuas:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \neq 1 \\ k & \text{si } x = 1 \end{cases} \quad ; \quad f(x) = \begin{cases} 3x^2 + mx - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x + 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

3. Calcula las asíntotas para las siguientes funciones:

$$\text{e) } f(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 3}$$

$$\text{f) } f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$$

$$\text{g) } f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{2x + 1}$$

$$\text{h) } f(x) = \frac{x^2 + 2}{x + 1}$$

4. Calcula los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x} - \frac{1 + 2x^2}{2x - 1} \right)$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - \sqrt{1 + 4x})$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x)$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 3x} - 3x)$$

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3}{5x^2 + 2x - 1}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 + 3}{5x^2 + 2x - 1}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3}{5x^7 + 2x - 1}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 3x^2 - 2x + 5}{2x^3 + x^2 - x}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2 + x}{3x^2 - 2} \right)^{\frac{2x^2 - 1}{x}} \qquad \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x^2 - 1}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5x+3}{5x+1} \right)^{\frac{x^2-1}{5x}}$$

2. Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ ax + 3 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ bx^3 - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Calcular los valores de a y b para que existan los límites en X=1 y X= 2.

(Soluc: a=-1, b=3/8)

Problema (3 puntos) Se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+3x+1}{x} & \text{si } x \geq -1 \\ \frac{2x}{x-1} & \text{si } x < -1 \end{cases}$$

a) (0,5 punto) Estudiar el dominio y la continuidad de f.

b) (1,5 puntos) Hallar las asíntotas de la gráfica de f.

Problema (1 punto) Calcular siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x})$$

Solución: 1

Problema (2 puntos)

a) (1 punto) Calcular los valores de a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 2a \cos x & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ ax^2 + b & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$$

sea continua en todo valor de x.

Solucion: a=1 y b=-2